

§ 8. Логическое следование

Будем употреблять символ \vdash как знак логического следования (в смысле «из... логически следует...»). Выражение вида $x \vdash y$ будет читаться буквально так: из высказывания x логически следует высказывание y . Слово «логическое» («логически») в выражении «логическое следование» («логически следует») будем для краткости опускать и говорить просто «следование» («следует»).

D1. $x \vdash y$ есть утверждение (или формула) следования, если и только если x и y суть высказывания.

D2. Высказывание x в $x \vdash y$ называется посылкой для y , высказывание y — заключением (или следствием) высказывания x .

Утверждение $x \vdash y$ не есть высказывание, состоящее из высказываний x и y . Это — высказывание, состоящее из двух терминов «высказывание x » и «высказывание y », обозначающих высказывания соответственно x и y , и двухместного предиката «из первого следует второе». Если записать его в соответствии с определениями, данными в параграфах 4 и 5, то оно примет такой вид: $([x], [y] \leftarrow (\vdash))$. Так что оно является простым высказыванием.

D3. Вхождение высказывания в формулу следования;

1) высказывание x входит в формулы следования $x \vdash y$ и $y \vdash x$;

2) если высказывание x входит в высказывание y , а y входит в формулу следования $z \vdash v$, то x входит в $z \vdash v$.

3) высказывание входит в формулу следования только в силу 1 и 2.

D4. Вхождение термина в формулу следования: термин a входит в $x \vdash y$, если и только если он входит в x или (не исключающее «или») в y .

Символ \vdash будем употреблять также как знак того, что высказывания принимаются из чисто логических соображений. При этом выражение $\vdash x$ можно рассматривать как следование x из пустого множества посылок (как вырожденное следование).

D5. $\vdash x$ есть формула вырожденного следования, если и только если x есть высказывание.

D6. Высказывание x входит в $\vdash x$; если высказывание (или термин) y входит в x , то y входит в $\vdash x$.

Выражение $\vdash x$ точно также не есть высказывание, состоящее из высказывания x и оператора \vdash . Символ \vdash не есть логический оператор. Это — особый предикат «принимается из логических соображений» («логически истинно» и т. п.). А выражение $\vdash x$ есть элементарное высказывание ($[x] \leftarrow (\vdash)$), состоящее из субъекта $[x]$ и предиката \vdash .

Учитывая сказанное, мы в дальнейшем будем рассматривать только такие формулы следования, которые содержат один и только один символ \vdash . Выражение вида $(x \vdash (y \vdash z))$, $(x \vdash y) \vdash z$, $(x \vdash y) (z \vdash v) \vdash (a \vdash b)$ и т. п., в которых символ \vdash встречается два и более раза, фигурировать у нас не будут. Такого рода выражения на самом деле лишь сокращенная запись высказываний соответственно $([x], [(y), [z]] \leftarrow (\vdash)) \leftarrow (\vdash)$, $(([x], [y]) \leftarrow (\vdash)), [z] \leftarrow \leftarrow (\vdash)$ и т. п. Логические правила для таких высказываний получаются как производные от правил, рассматриваемых в данной книге.